

TEMA 12

1. Curvas cíclicas

Se llaman curvas cíclicas aquellas que se obtienen por el movimiento de un punto de una circunferencia o de una recta que rueda sin resbalar sobre otra circunferencia o sobre otra recta.

La circunferencia móvil o la recta móvil se llama "ruleta" y la línea sobre la que se mueven se llama "base".

Las curvas cíclicas tienen gran importancia en dibujo industrial y en mecánica, sobre todo en el trazado de engranajes. Todas ellas se pueden trazar, como cualquier curva, por medio de arcos de circunferencia de-

terminando un número suficiente de centros de curvatura, pero lo más práctico es determinar una serie de puntos de ellas, unirlos a lápiz a mano alzada y después pasar a tinta con la plantilla de curvas. De esta forma se han dibujado las curvas que se estudian a continuación.

2. La cicloide (Fig. 1)

Se llama "cicloide normal" la curva que describe un punto P de una circunferencia ruleta que rueda sin resbalar sobre una recta base.

Para su trazado, se rectifica la ruleta de centro O y radio \overline{OP} sobre la base; se tiene así el segmento $\overline{P-P_{12}}$,

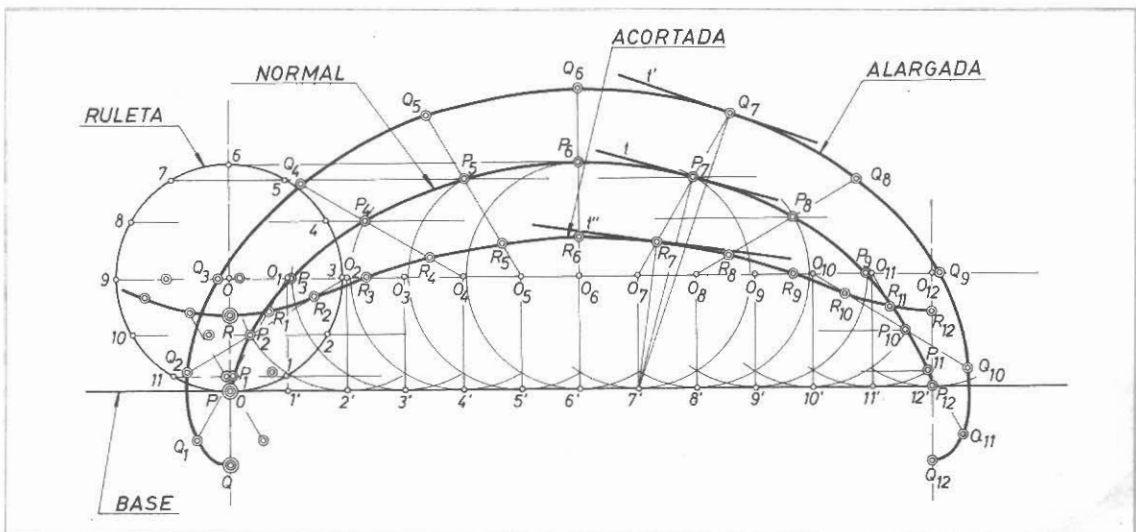


Fig. 1

este segmento y la ruleta se dividen en un número igual de partes iguales, doce en la figura; por los puntos 1', 2', 3'... de la base (que son puntos de tangencia instantáneos, llamados centros instantáneos de rotación), se trazan perpendiculares a ella, obteniendo $O_1, O_2, O_3 \dots$ en la recta de centros, que es la paralela por O a la base.

Para obtener puntos se opera así: la circunferencia de centro O_1 y radio $\overline{O_1-1'}$ y la paralela por 1 a la base se cortan en el punto P_1 de la cicloide normal. De la misma forma, la circunferencia de centro en O_2 y la paralela por 2 se cortan en P_2 ; así se obtienen $P_3, P_4, P_5 \dots P_{12}$ y al unirlos se obtiene una arcada de la cicloide normal.

— **Cicloide acortada.** A partir de la cicloide normal se obtiene la cicloide acortada, cuyo punto generador es R , interior a la ruleta y solidariamente unido a ella. En todas las posiciones se conserva constante la distancia $\overline{O-R}$.

Se lleva el segmento $\overline{O-R}$ sobre el radio $\overline{O_1-P_1}$ a partir de O_1 y tiene R_1 ; llevando $\overline{O-R}$ sobre $\overline{O_2-P_2}$ se obtiene R_2 y así sucesivamente se obtienen $R_3, R_4 \dots R_{12}$, puntos de la cicloide acortada.

— **Cicloide alargada.** A partir de la cicloide normal se obtiene la cicloide alargada, cuyo punto generador es Q , exterior a la ruleta y solidariamente unido a ella. En todas las posiciones se conserva constante la distancia $\overline{O-Q}$.

Se lleva $\overline{O-Q}$ sobre los radios $\overline{O_1-P_1}, \overline{O_2-P_2}$, etc., a partir de los centros O_1, O_2 , etc., obteniéndose los puntos Q_1, Q_2, Q_3, \dots , etc. Si la ruleta sigue rodando se forma otra arcada de cicloide alargada y se produce un lazo, cuya mitad está dibujada en la figura.

Las tangentes en puntos cualesquiera R_7, P_7 y Q_7 de las tres curvas, son perpendiculares a las rectas $\overline{R_7-7'}, \overline{P_7-7'}$ y $\overline{Q_7-7'}$, que son las respectivas normales en los citados puntos.

3. La epicicloide (Fig 2)

Si imaginariamente se curva la **Fig. 1** de forma que la base se transforme en una circunferencia se obtendría la **Fig. 2**. Según esto, las construcciones son similares.

La epicicloide es la curva que describe un punto P de una circunferencia ruleta que rueda sin resbalar sobre otra circunferencia que hace de base y exteriormente a ella.

La base es la circunferencia de centro O' y radio $\overline{O'-P}$ y la ruleta exterior es otra circunferencia tangente a ella en P , de centro O'' y radio $\overline{O''-P}$.

Si divide la ruleta en un número de partes iguales, doce en la figura; se llevan estas partes sobre la base para lo cual, se calcula el ángulo central de n grados que abarca la longitud $2\pi \overline{O-P}$ de la ruleta, curvada sobre la base; este ángulo de n° se calcula por $n = \frac{360^\circ - 2\pi \overline{O-P}}{\overline{O''-P}}$ de una regla de tres:

$$\frac{360^\circ - 2\pi \overline{O-P}}{n^\circ - 2\pi \overline{O''-P}} \quad \therefore \quad n^\circ = 360^\circ \frac{\overline{O''-P}}{\overline{O'-P}} = 360^\circ \frac{R+r}{r}$$

El ángulo central de n° se divide también en partes y se opera luego como en la cicloide. La circunferencia de centro O_1 y radio $\overline{O_1-1'}$ y la circunferencia concéntrica con la base que pasa por P_1 se cortan en P_1 . Así se obtienen $P_2, P_3 \dots P_6$. En la figura están dibujadas dos medias arcadas de la curva.

La **epicicloide acortada** y la **epicicloide alargada** se engendran por el movimiento de los puntos R y Q , respectivamente, ligados solidariamente a la ruleta. La obtención de los puntos de estas curvas es la misma que para la cicloide.

En la figura se trazan las tangentes t, t' y t'' a las curvas en los puntos P_5, Q_5 y R_5 .

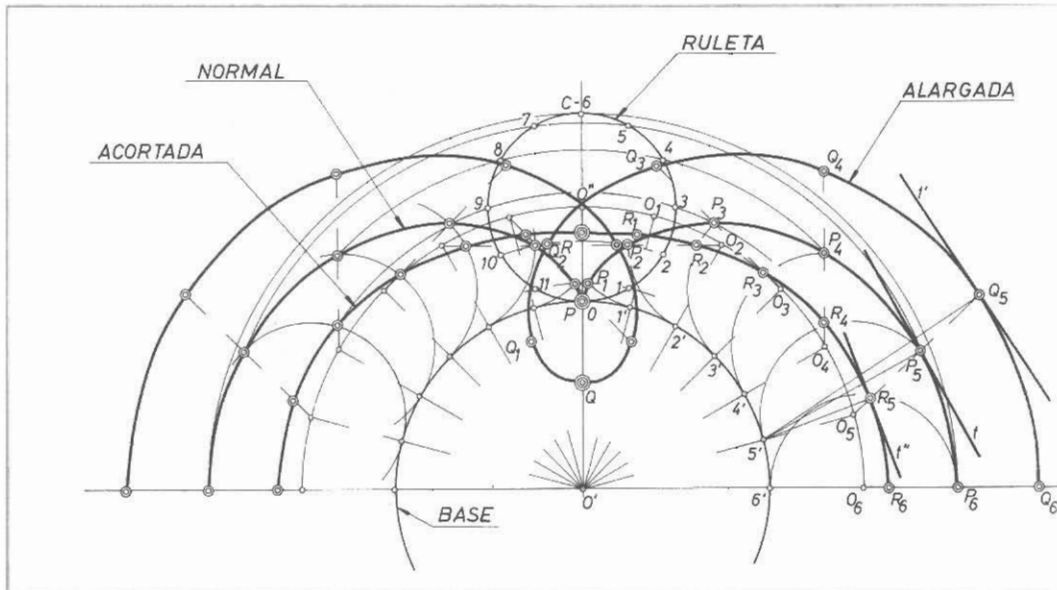


Fig. 2